Kapitel 2

Die sektorale Materialaufwandsfunktion und ihre Ermittlung für statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodelle

In *statischen* volkswirtschaftlichen Modellen wird vorausgesetzt, dass sich der Materialaufwand nur in Abhängigkeit von der Gesamtproduktion verändert. In diesem Kapitel werden die verschiedenen Arten dieser Abhängigkeit untersucht.
Neben der kritischen Einschätzung der Linearitätsvoraussetzung des „klassischen Leontief-Modells“ werden einige Gründe dafür angegeben, warum das statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell mit homogen-linearen Materialaufwandsfunktionen bisher mit Abstand die breiteste Anwendung gefunden hat.
In einem gesonderten Abschnitt wird ein Überblick über einige empirische Arbeiten gegeben, die bisher zu nichtlinearen Materialaufwandsfunktionen für statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodelle durchgeführt worden sind.
Ein weiterer Gegenstand des Kapitels 2 sind spezielle Ansätze für sektorale Material-aufwandsfunktionen und ihre Konfrontation mit der ökonomischen Realität.
Anschließend sollen drei Methoden zur praktischen Ermittlung von Materialaufwands-funktionen für statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodelle dargelegt und kritisch eingeschätzt werden

2. 1. Materialaufwand und seine Modellierung

Als *Material* werden Arbeitsgegenstände bezeichnet, die selbst bereits Produkt menschlicher Arbeit sind. In unserer Untersuchung wird als *Materialaufwand* allgemein die zwischenzeitliche Lieferung verstanden; es wird nicht zwischen den verschiedenen Materialarten unterschieden.
Der Materialaufwand bildet den Hauptteil des Produktionsaufwands. Im Jahre 1979 betrug dieser Anteil in der DDR etwa 58% [30]. Die Erhöhung der Effektivität der Produktion schließt deshalb immer die Materialökonomie ein. Dies wird nicht zuletzt dadurch erzielt, dass der Materialaufwandsprozess besser abgebildet wird, was in einer wahrheitstreueren Schätzung der sektoralen Materialaufwandsfunktionen zum Ausdruck kommen kann. Homogen-lineare Materialaufwandsfunktionen werden wegen ihrer Proportionalitäts-voraussetzung dieser Forderung nicht immer gerecht.

Man kann (vgl. [52], S. 53-54) den Materialaufwand nach folgenden Arten untergliedern:

1. *Art:*
   Der vom Produktionsvolumen abhängige Materialaufwand (Grundmaterial und ein Teil des sog. Hilfsmaterials, wie Ergänzungsstoffe, Farbe, Normteile und anderes);

2. *Art:*
   Der von den eingesetzten Ausrüstungen, Maschinen und Anlagen abhängige Materialaufwand (Energie, Kraftstoffe, Material für Instandhaltung der Ausrüstungen und anderes);

3. *Art:*
   Der von den eingesetzten Gebäuden abhängige Materialaufwand (Brennstoffe für Heizzwecke, Baumaterialien für Gebäudeinstandhaltung und –pflege);

4. *Art:*
   Der von den beschäftigten Arbeitskräften abhängige Materialaufwand (schnell verschleißendes Arbeitsmaterial, Berufsbekleidung und anderes);

5. *Art:*
   Das sonstige, den ersten vier Arten nicht zurechenbare Material, dessen Aufwand weder vom Umfang der Produktion noch vom Umfang der Grundfonds, noch von der Anzahl der Arbeitskräfte abhängig ist und als konstante Größe vorgegeben werden kann.

Zusammenfassend kann man also sagen, dass auf die Höhe des Materialaufwands im Allgemeinen folgende drei wesentliche Faktoren wirken:

1) Der Umfang der Produktion;
2) Der Umfang der eingesetzten Grundfonds (Ausrüstungen und Gebäude);
3) Die Anzahl der Beschäftigten.

Oder modellmäßig:

(2. 1.) $$b = b(x, G, L)$$

mit

b: der Materialaufwand,
x: die Produktion,
G: die Grundfonds,
L: die Anzahl der Beschäftigten.

Diese Trennung ist natürlich lediglich als eine zweckmäßige Abstraktion zu betrachten, da die genannten drei Faktoren in Wirklichkeit interdependent sind. Die Abhängigkeit der Produktion von Grundfonds und Arbeitskräften wird z.B. in Form von *Produktionsfunktionen* modelliert.
Die Frage, wie die Abhängigkeit des Materialaufwands von weiteren Faktoren beschrieben wird, ist vom Untersuchungsgegenstand abhängig. Nun gilt aber

(2. 2.) $$G = \frac{x}{f}$$

(2. 3.) $$b = \frac{G}{g}$$

mit

f: die Grundfondsquote
g: die Fondsausstattung

und damit

$$(2.\ 4.) \qquad b = b\left(x, \frac{x}{f}, \frac{1}{g}\cdot\frac{1}{f}\cdot x\right)$$
$$= \bar{b}(x),$$

d.h. bei konstanter Grundfondsquote und konstanter Fondsausstattung ist der Materialaufwand lediglich abhängig von der Produktion. Das ist innerhalb eines Jahres bestimmt richtig, so dass in *statischen* volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodellen unterstellt werden kann, dass sich der Materialaufwand nur in Abhängigkeit von der Produktion verändert (über mehrere Jahre hinweg verändern sich f und g natürlich beachtlich).

2. 2. Zur Linearitätsvoraussetzung des „klassischen Leontief-Modells“

Wie im Kapitel 1 angeführt, ist im „klassischen Leontief-Modell“ (1. 4.) die Materialaufwandsfunktion als homogen-lineare Funktion der Gestalt

$$(2.\ 5.) \qquad b_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$

Es wird also angenommen, dass die Lieferung des $i-$ten Zweiges an den $j-$Zweig proportional der Produktion des $j-$ten Zweiges ist.
Diese Linearitätsvoraussetzung des „klassischen Leontief-Modells“ ist bekanntlich oft angefochten worden. Selbst Leontief scheint sich dieser Tatsache bewusst gewesen zu sein, als er vorschlug, sein statisches volkswirtschaftliches Verflechtungsmodell auf ein Modell mit inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen zu verallgemeinern.
Über die Linearitätsvoraussetzung schreibt Kossow (vgl. [36], S. 92-93):

„Die Voraussetzung der Linearität beim Aufbau von Verflechtungsmodellen ist eine sehr strenge Bedingung. Die Kunst eines Modellaufbaus dieser Art kann folgendermaßen illustriert werden:
Stellen Sie sich vor, Sie bitten einen Ihrer Bekannten, das Porträt eines ihm unbekannten Menschen zu malen unter folgenden Bedingungen:
Das Bild darf nur gerade Linien aufweisen, die Verwendung von Punkten ist nicht gestattet, die kürzeste Linie soll dem Papierformat entsprechen.
Nachdem das Bild fertig ist, besteht Ihre Aufgabe darin, aus einer Anzahl mehr oder weniger ähnlicher Gesichter das der konkreten Person herauszufinden. Wenn Sie diese Aufgabe in einer annehmbaren Zeit gelöst haben, bedeutet das, dass der Künstler seiner Aufgabe gerecht wurde“.

Kossow hat daher bereits im Jahre 1966 als eine der Hauptrichtungen der Vervollkommnung des „klassischen Leontief-Modells“ den Aufbau von nichtlinearen Verflechtungsmodellen bezeichnet [35].

Es gibt mehrere Gründe, warum das statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell mit linearen Materialaufwandsfunktionen bisher mit Abstand die breiteste Anwendung gefunden hat:

(1) Dem statischen volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodell mit linearen Materialaufwandsfunktionen liegt der relativ einfache mathematische Apparat der linearen Algebra zugrunde.

(2) Das lineare volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell mit linearen Materialaufwandsfunktionen benötigt eine begrenztere statistische Basis und kann mit dem Vorhandensein ganzer Koeffizientensysteme rechnen. Dagegen erfordert die Aufstellung einer nichtlinearen Materialaufwandsfunktion einen bedeutend größeren Aufwand und ist mit wesentlich komplizierteren Informationsproblemen verbunden.

(3) Durch die Aggregation wird die Nichtlinearität etwas nivelliert, obwohl dies durch eine Vergrößerung der Streuung der Materialaufwandsfunktionen um den in die Bilanz aufgenommenen Mittelwert erreicht wird.

Ein bedeutender Mangel der homogen-linearen Materialaufwandsfunktionen im „klassischen Leontief-Modell“ besteht in der Annahme der Unabhängigkeit der Materialaufwendungen vom Produktionsvolumen. Diese Unzulänglichkeit wird natürlich teilweise bei der Anwendung von inhomogen-linearen Funktionen

(2. 6.) $$b_{ij} = {}_0a_{ij} + {}_1a_{ij}x_j, \quad i,j = 1,2,...,n,$$

umgangen. Diese Funktionen besagen, dass im Zweig $j = 1,2,...,n$ auch dann Material-aufwendungen entstehen, wenn nicht produziert wird. Es kann sich z.B. um Aufwendungen handeln, die mit der vorbeugenden Instandhaltung der Ausrüstungen verbunden sind. Im Falle der inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen ist es möglich, Aufwandsersparnisse auf Grund eines höheren Nutzungsgrades der Produktionskapazität zu berücksichtigen, Außerdem bringen die Koeffizienten ${}_0a_{ij},\ i,j = 1,2,...,n,$ den nichtproportionalen Aufwand zum Ausdruck.
Eine inhomogen-lineare Materialaufwandsfunktion kann als erste und einfachste Annäherung an eine nichtlineare Materialaufwandsfunktion angesehen werden ([35], S. 23., [16]).
Aber damit sind auch die Möglichkeiten linearer Materialaufwandsfunktionen erschöpft. Kossow schreibt(vgl. [36], S. 23-24):

„ Lineare Produktionsfunktionen (in unserer Terminologie: Materialaufwandsfunktionen, *J. S.*) erlauben es nicht, die durch Vergrößerung der Maßstäbe der Produktion zu erreichende Einsparung in Betracht zu ziehen. Eine fühlbare Einsparung an Investitionen im Ergebnis einer Vergrößerung des Maßstabes der Produktion wird in solchen Zweigen der Industrie beobachtet, wie Elektroenergieerzeugung, chemische Industrie, Erdölverarbeitung, Gasindustrie, Metallverarbeitende Industrie, Elektrotechnik, Fahrzeugbau, Zementindustrie oder Lebensmittelindustrie. Dabei betrifft diese Einsparung nicht nur die Investitionen, sondern die Aufwendungen selbst, was hauptsächlich durch eine vollständige Nutzung der vorhandenen Ressourcen erreicht wird.“
Betrachtet sei z.B. die quadratische Materialaufwandsfunktion

$$b_{ij} = {}_2a_{ij}x_j^2 + {}_1a_{ij}x_j + {}_0a_{ij}, \quad {}_0a_{ij} \geq 0, \quad {}_2a_{ij} \geq 0, \quad i,j = 1,2,...,n,$$

mit

$b_{ij},\ i,j=1,2,...n$: die Materiallieferung des Zweiges i an den Zweig j,
$x_j,\ j=1,2,...,n$: die Gesamtproduktion des Zweiges j.

Die Koeffizienten ${}_0a_{ij},\ {}_1a_{ij},\ {}_2a_{ij}, i,j=1,2,...,n,$ lassen sich dann folgendermaßen interpretieren:

${}_0a_{ij}$: die konstanten Materialaufwendungen des Zweiges i für die Herstellung des Produktes des Zweiges j,

${}_1a_{ij}$: eine Größe, die nicht von der Änderung des Produktionsumfanges des Zweiges j abhängt,

${}_1a_{ij}$: eine Größe, die nicht vom Tempo der Veränderungen des Produktionsumfanges des Zweiges j abhängt.

2. 3. Über einige empirische Arbeiten zu nichtlinearen Materialaufwandsfunktionen

In diesem Abschnitt soll ein kurzer Überblick über einige empirische Arbeiten gegeben werden, die bisher zu nichtlinearen Materialaufwandsfunktionen für statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodelle durchgeführt worden sind:

In [3] (S. 118 – 136) findet man die Ergebnisse einer empirischen Untersuchung zur Ermittlung der Materialaufwandsfunktionen für die sowjetische Volkswirtschaft. Zwar werden diese später (vgl. *Abschnitt 2. 5.*) ausführlich diskutiert, bereits hier soll auf einige Teile der genannten Untersuchung eingegangen werden.
Die Autoren nehmen u.a. die Ermittlung der Materialaufwandsfunktionen auf der Grundlage der statistischen Daten vor. Dies geschieht in zwei Etappen:
In einer ersten Etappe werden die Gesamtproduktion und der Gesamtaufwand der Zweige für mehrere Jahre ermittelt. Diese werden dann in einer zweiten Etappe zur Bestimmung der Materialaufwandsfunktionen herangezogen. Dabei wird die Methode der multiplen der Korrelations-Regressionsanalyse verwendet.
Die erste Etappe wird in zwei Richtungen durchgeführt:

I. Die sowjetische Volkswirtschaft wird in vier Zweige eingeteilt:

1. Industrie,
2. Bauwesen,
3. Landwirtschaft,
4. Zweige der materiellen Leistung.

Neben der Gesamtproduktion dieser Zweige für die Jahre 1958 – 1968 werden ihre Materialaufwände für jedes Jahr als Produkt der Gesamtproduktion $x_j,\ j=1,2,...,n,$ und des bekannten Proportionalitätsfaktors $a_j,\ j=1,2,...,n,$ bestimmt (in konstanten Preise von 1965):

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j = a_j x_j, \quad j = 1,2,...,n.$$

Die Ergebnisse sind in *Anhang 2* zusammengestellt.

II. Der Zweig „Industrie wird in acht Zweige eingeteilt:

1. Schwerindustrie,
2. Elektroenergie,
3. Maschinenbau und Metallverarbeitung,
4. Chemie und Petrochemie,
5. Holzverarbeitung, Zellulose und Papier,
6. Baumaterial,
7. Leichtindustrie,
8. Lebensmittelindustrie.

Die Gesamtproduktion und der Gesamtaufwand der genannten Zweige wurden auf Grund der in statistischen Jahrbüchern der UdSSR enthaltenen Daten für die Jahre 1962 – 1973 berechnet. Die Berechnung wurde mittels folgender Formeln durchgeführt:

(2. 7.) $$\bar{A}_j^t := \frac{1}{2} A_j^{t_0} + K_j^t - S_j^t K_j^t + \frac{1}{2} A_j^{t_1},$$

(2. 8.) $$N_j^t := \frac{(\bar{A}_j^t \cdot r_j^t)}{100},$$

(2. 9.) $$f_j^t := \frac{N_j^t \cdot 100}{\rho_j^t},$$

(2. 10.) $$x_j^t := f_j^t + p_j^t.$$

Hier sind:

$\bar{A}_j^t$: der Jahresdurchschnittswert der produktiven Grundfonds des Zweiges *j* im Jahre *t*,

$A_j^{t_0}$: der Bestand der produktiven Fonds des Zweiges *j* zu Beginn des Jahres *t*,

K_j^t: der im Jahre *t* aktivierte Grundfonds des Zweiges *j*,

S_j^t: der im Jahre *t* wegen Abnutzung oder Havarie ausgesonderte Grundfonds des Zweiges *j*,

$A_j^{t_1}$: der Bestand der produktiven Grundfonds des Zweiges *j* am Endes des Jahres *t*,

r_j^t: die Amortisationsrate des Zweiges *j* im Jahre *t*,

N_j^t: die Amortisation des Zweiges *j* im Jahre *t*,

f_j^t : der Produktionsaufwands des Zweiges j im Jahre t,

ρ_j^t : der Anteil der Amortisation am Gesamtaufwand des Zweiges j im Jahre t,

x_j^t : die Gesamtproduktion des Zweiges j im Jahre t,

p_j^t : der Gewinn des Zweiges j im Jahre t.

Anhang 3 zeigt den Gesamtmaterialaufwand der acht Industriezweige der UdSSR.

Im *Anhang 4* findet man die Gesamtproduktion derselben Zweige.

Bei der Ermittlung des Gesamtmaterialaufwands der einzelnen Zweige wurde zunächst der sog. „Zeitfaktor“ nicht berücksichtigt.
(Dieses Problem soll hier lediglich angedeutet werden; es wird im *Abschnitt 2. 5.* Eingehend behandelt.)
Durch die Multiplikation des spezifischen Materialaufwands mit dem Faktor $e^{-\lambda t}$ wird dieser „zeitbereinigt“. In den untersuchten Jahren soll $\lambda = 0.005$ gewesen sein.
Anhang 4 bzw. *Anhang 6* zeigen den Gesamtmaterialaufwand für das viersektorale bzw. für das achtsektorale Modell unter Berücksichtigung des „Zeitfaktors“.
Zur Bestimmung der Gesamtmaterialaufwandsfunktionen der Zweige mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadratsummen wurden folgende Funktionstypen berücksichtigt:

1) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2,$
2) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^3,$
3) $y = a_0 + a_1 x + a_2 \ln x,$
4) $y = a_0 + a_1 x + a_2 e^{\lambda x},$
5) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^{\frac{1}{2}},$
6) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^{\frac{1}{4}},$
7) $y = a_0 + a_1 x^2 + a_2 x^{\frac{1}{2}},$
8) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^4.$

Auf eine Darstellung und Analyse der gefundenen Funktionen wird hier verzichtet, da die Darlegung in [3] viele Fehler enthält.

H. Detkov berichtet in [16] über die empirische Ermittlung der Materialaufwandsfunktionen für sechs Zweige (1. Industrie; 2. Bauwesen; 3. Land- und Forstwirtschaft; 4. Transport und Verkehr; 5. Handel, materialtechnische Versorgung und Ankauf; 6. Andere Zweige der Volkswirtschaft) Bulgariens für den Zeitraum 1960 – 1973.
Er wählt dabei folgende „empirische Formel“:

(2. 11.) $$b_{ij}(x_j) = {}_0a_{ij} + {}_1a_{ij}x_j + {}_2a_{ij}x_j^2 + {}_3a_{ij}\lg x_j + a_{ij}t, \quad i, j = 1,2,...,n.$$

In (2. 11.) soll das Glied $a_{ij}t$ den Einfluss der „Zeit“ auf den Materialaufwand zum Ausdruck bringen. Diese sog. „*dynamische*“ Aufwandsfunktion wird weiter unten erläutert und einer kritischen Einschätzung unterzogen.
Detkovs wichtigste *Schlussfolgerungen* sind:

1. „Der überwiegende Teil der dynamischen Funktionen der Erzeugnisströme (in unserer Terminologie: Materialaufwandsfunktionen, *J. S.*) werden mit einem sehr hohen Bestimmtheitsmaß ausreichend gut durch homogen-lineare Funktionen beschrieben. Das ist im Sinne der linearen Verflechtungsbilanz“.

   Detkov behautet jedoch, dass „die ihnen entsprechenden statistischen Funktionen der Erzeugnisströme (siehe weiter unten), wenn sie auf der Basis des Jahreszeitraums (nach der Formel (2. 11.)) bestimmt worden wären, kaum die Hypothese der homogen-linearen Form erhärten würden“.

2. „in einer Reihe von Fällen erweisen sich die dynamischen Funktionen der Erzeugnisströme als unabhängig von der Produktion der entsprechenden Zweige (b_{13}, b_{26}, b_{31}, b_{32}, b_{33}) und sind ein ziemlich unerwartetes Argument zugunsten ihrer Anwendung“.

Es ist vielleicht interessant, diejenigen „dynamischen“ Materialaufwandsfunktionen anzuführen, die nicht linear sind:

$$b_{22} = 7 \cdot 10^{-6} x_2^2 \qquad \text{(Bestmmtheitmaß: } B = 0.960\text{)}$$
$$B_{23} = 0.00533 x_3 - 14.58 \lg x_3 \qquad (B = 0.995)$$
$$B_{44} = 0.0062 x_4 - 0.6239 \lg x_4 \qquad (B = 0.980)$$
$$b_{56} = 0.8287 \lg x_6 \qquad (B = 0.892).$$

Auch Detkovs Untersuchungen bestätigen (vgl. *Abschnitt 2.2.*), dass die Nichtlinearität (bzw. Inhomogenität) mit zunehmender Desaggregation zunimmt. In einer Tabelle, in der die „dynamischen“ Materialaufwandsfunktionen sechs weiterer Zweige (I. Brennstoffindustrie; II. Eisenindustrie; III. Maschinenbau und Metallverarbeitung; IV. Elektrizitätswirtschaft; V. Baustoffindustrie; VI. Bauwesen) der Volkswirtschaft Bulgariens für den Zeitraum 1960 – 1973 zusammengestellt worden sind, finden wir bei Detkov u.a. folgende Funktionen:

$$b_{I,I} = 1.0745 \lg x_I \qquad (B = 0.995)$$
$$b_{I,II} = 0.05274 x_{II} + 5.96321 \lg x_{II} \qquad (B = 0.995)$$
$$b_{I,III} = -37.1569 + 16.6104 \lg x_{III} \qquad (B = 0.995)$$

Kossow hat (in [36], S. 25 – 26) auf der Grundlage von Daten für die baltischen Unionsrepubliken im Jahre 1961 eine Tabelle aufgestellt (vgl. *Anhang 7*), in der die Veränderungen der Aufwandsnormen in Abhängigkeit von der Veränderung des Produktionsumfangs sichtbar sind. Hier ist klar erkennbar, dass die Aufwandsnormen in dem Maße reduziert werden, wie sich das Produktionsvolumen erhöht. Je größer die Bruttoproduktion eines Konfektionsbetriebes, umso kleiner sind die Koeffizienten des direkten Aufwands. Aus der Angleichung dieser Norm an eine Parabel zweiter Ordnung für jede Aufwandsart ergeben sich folgende Resultate:

- Für Baumwollstoffe:

$$x_B = -14.3558 \cdot 10^{-8} x^2 + 0.1420x + 71.0;$$

- Für den Kraftverkehr:

$$x_K = -0.1305 \cdot 10^{-8} x^2 + 0.0016x + 0.13;$$

- Für Arbeitslohn:

$$x_A = -3.0716 \cdot 10^{-8} x^2 + 0.0975x + 6.0.$$

Ein Vergleich der Koeffizienten von x mit den durchschnittlichen Normen des direkten Aufwands zeigt, dass zwischen diesen Kennziffern ein bemerkbarer Unterschied besteht. Er ist dann am kleinsten, wenn der Koeffizient von x^2 und das Absolutglied gleichzeitig klein sind, was auf den Kraftverkehr zutrifft.

Eine empirische Analyse, bei der auch der Zusammenhang zwischen den Materialaufwands-koeffizienten und dem Produktionsniveau berücksichtigt wurde, hat Okazi für Papierindustrie und für die Eisen- und Stahlerzeugung Japans durchgeführt [59].
Sein Grundsatz ist einfach. Er schätzt mittels einer linearen Regression den Zusammenhang zwischen den Inputs und den Outputs der verschiedenen Betriebe. Liegt keine Produktions-niveauabhängigkeit vor, so wird sich das Absolutglied der Schätzung nicht signifikant von Null unterscheiden.
Okazi Untersuchung umfasst neben Materialaufwand auch Arbeits- und Kapitalinputs (zum Problem des Zusammenhangs zwischen den Arbeitsaufwandskoeffizienten und dem Produktionsniveau vgl. auch [33]). Dabei zeigt sich eine hohe Korrelation bei den Arbeits- und Materialaufwandskoeffizienten, während bei den Kapitalinputs das Ergebnis indifferent ist. Bei den Materialinputs verschwindet, abgesehen von der Gießereiindustrie – dies führt der Autor auf starke Produktionsinhomogenität dieses Zweiges zurück – das Absolutglied. Für diese Inputs nimmt er daher konstante Skalenerträge als empirisch verifiziert an. Bei den Arbeitsinputs ist das Absolutglied in der Regel signifikant von Null verschieden.

Zum Vorgehen von Ozaki ist folgendes kritisch zu bemerken:
Die Gleichsetzung der Outputgröße eines Betriebes mit seiner technologischen Betriebsgröße bedarf einer Überprüfung. Außerdem ist das Problem, wie zwischen Fortschritts- und Skaleneffekten unterschieden werden kann (vgl. *Abschnitt 1.5*) zu wenig beachtet worden.

In einer Untersuchung über die Produktionssysteme im Maschinenbau der DDR schreibt Weidemann [94]:

„… Bekanntlich verhalten sich nicht alle Anwendungen im Produktionsprozess linear zum Produktionsausstoß. Produktionsproportionales Verhalten der Aufwendungen ist vor allem in den Produktionshauptprozessen gegeben, d.h. der Einsatz an Grundmaterial, Produktions-grundarbeiten und der entsprechende Aufwand an Grundfonds verändert sich im gleichen Verhältnis, wie sich auch das Produktionsvolumen ändert… Der Verbrauch an Hilfsmaterial, Produktionshilfsarbeiten, einschließlich des entsprechenden Grundfondsverzehrs verhält sich zum großen Teil nicht linear zum Produktionsausstoß. Es handelt sich dabei um Aufwendungen, die vorwiegend in den Produktionshilfsprozessen entstehen. Bei der Modellierung der Verflechtungsbeziehungen ist zu prüfen, in welchem Maße auch für diese

Anwendungen lineares Verhalten unterstellt werden kann, ohne die Aussagefähigkeit des Modells wesentlich zu beeinträchtigen…“

In [50] berichtet Mikó über die Ermittlung der Materialaufwandskoeffizientenfunktionen für die Zweige Chemie und Landwirtschaft der VR Ungarn. Der Untersuchung lagen 16-sektorale Verflechtungsbilanzen zugrunde. Ein graphisches Bild zeigt ein nichtlineares Verhalten der entsprechenden Funktionen.

Schließlich untersucht Schuman (vgl. [65], S. 307 – 310) die Abhängigkeit der verschiedenen Komponenten der Durchschnittskosten (Kapitalkosten, Rohmaterialkosten, Arbeitskräftekosten und andere) von der Produktion im Zweig „Synthetische Chemie“ der USA. Für den Rohstoffbedarf gewinnt er z.B. folgende Funktion:

$$b = 11.2x^{-0.37}.$$

2. 4. Einige spezielle Materialaufwandsfunktionen

Das Modell (1. 23.) ist sehr allgemein und lässt in dieser Form kaum qualitative und quantitative Aussagen zu. Es muss daher in verschiedenen Richtungen spezialisiert werden. Es müssen insbesondere an die Materialaufwandsfunktion

$$b : R_+^n \to R_+^n$$

verschiedene Forderungen gestellt werden.
Während im *Kapitel 3* diese Forderungen aus der Sicht der Lösbarkeit des Modells diskutiert werden, wird hier diese Frage lediglich im Zusammenhang mit der Materialaufwandsfunktion behandelt. Gleichzeitig werden die verschiedenen Materialaufwandsfunktionsansätze interpretiert und mit der ökonomischen Realität konfrontiert.
Die Materialaufwandsfunktion $b : R_+^n \to R_+^n$ heißt *additiv*, wenn gilt:

(*B. 1.*)
$$\begin{aligned} & b : R_+^n \to R_+^n \\ & b_i(x) := \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(x), \quad i = 1,2,...,n, \\ & b_i : R_+^n \to b_+^1, \quad i = 1,2,...,n, \\ & b_{ij} : R_+^1 \to R_+^1, \quad i, j = 1,2,...,n. \end{aligned}$$

Die Additivitätsbedingung (*B. 1.*) besagt, dass der Materialaufwand des $i-$ten Zweiges zur Realisierung des Gesamtproduktionsvektors x sich in die Materiallieferungen des $i-$ten Zweiges an alle Zweige der Volkswirtschaft, einschließlich sich selbst (Eigenverbrauch), zerlegen lässt.
Eigentlich wird das Modell (1. 23.) erst durch die Bedingung (*B. 1.*) zu einem
Verflechtungsmodell.
Andererseits dürfte praktisch unmöglich sein, den Gesamtmaterialaufwand eines Zweiges in Abhängigkeit von der Gesamtproduktion *aller* Zweige der Volkswirtschaft zu ermitteln.
Daher kann sich folgender Spezialfall als wichtig erweisen:

(*B. 2.*) $$b_i(x) := \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(x_i, x_j), \quad i = 1,2,...,n,$$
$$b_{ij} : R_+^1 \to R_+^1, \quad i, j = 1,2,...,n.$$

Hier hängt der Materialaufwand des liefernden Zweiges von der Gesamtproduktion des liefernden sowie zu beliefernden Zweiges ab.

Eine weitere Spezialisierung der Bedingungen (*B. 1.*) bzw. (*B. 2.*) erhält man, wenn die Materialaufwandsfunktion als *additiv separierbar* vorausgesetzt wird:

(*B. 3.*) $$b_i(x) := \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(x_j), \quad i = 1,2,...,n\,,$$
$$b_{ij} : R_+^1 \to R_+^1, \quad i, j = 1,2,...,n.$$

Hier hängt die Materiallieferung des $i-$ten Zweiges an den $j-$ten Zweig von der Gesamtproduktion des $j-$ten Zweiges ab.
Ein wichtiger Spezialfall von (*B. 1.*) ist:

(*B. 4.*) $$b_{ij}(x) := a_{ij}(x)x_j, \quad i, j = 1,2,...,n.$$

Die Funktion $a_{ij}(x),\ i, j = 1,2,...,n,$ wird als *Funktion des direkten spezifischen Material-aufwands* bezeichnet.
Im Falle von

$$a_{ij}(x) = k_{ij} = const, \quad i, j = 1,2,...,n,$$

Hat man mit *homogen-linearen* Materialaufwandsfunktionen

(*B. 5.*) $$b_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i, j = 1,2,...,n,$$

zu tun, die bekanntlich im „klassischen Leontief-Modell“ auftreten.
Der Koeffizient des direkten Materialaufwands drückt aus, wie hoch der Aufwand an der Materialart i je Einheit produzierter Erzeugnismenge im Zweig j ist.
(Im *Kapitel 1* haben wir uns ausführlich mit der Problematik der Koeffizientenveränderung befasst.)

Ein allgemeinerer Fall ist die *inhomogen-lineare* Materialaufwandsfunktion

(*B. 6.*) $$b_{ij} = {}_0a_{ij} + {}_1a_{ij}x_j, \quad i, j = 1,2,...,n.$$

Diese Funktion bringt zum Ausdruck, dass im Zweig $j,\ j = 1,2,...,n,$ auch dann Aufwendungen entstehen, wenn nichts produziert wird. Außerdem weist sie auf die nichtproportionale Entwicklung des Materialaufwands und der Gesamtproduktion hin (vgl. *Abschnitt 2. 2.*).

Im Folgenden wird ein anderer Zugang zu inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen erörtert.
Gegeben sei das Problem

(2. 12.) $$x - a^* - Ax - \bar{b}(x) = y$$
$$x^* := (x_i) \in R_+^n,$$
$$a^* := (a_i^*) \in R_+^n,$$
$$A := (a_{ij}) : \ R_+^n \to R_+^n,$$
$$\bar{b}(x) := (\bar{b}_i(x)) : R^n \to R^n \ .$$

Hier soll $\bar{b}(x) : R^n \to R^n$ der nichtlineare Teil der Materialaufwandsfunktion $b(x)$ sein.
Für

$$\bar{b}(x) \equiv 0 \quad \text{und} \quad a^* = 0$$

hat man mit einem statischen volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodell mit inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen zu tun.
Es gilt also:

$$b_{ij}(x_j) = a_{ij}^* + a_{ij} x_j, \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$

Es ist nun

$$\frac{a_{ij}^* + a_{ij} x_j}{x_j} = \frac{a_{ij}^*}{x_j} + a_{ij}$$
$$=: a_{ij}^*(x_j), \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$

Der Koeffizient des direkten Materialaufwands ist in (2. 13.) nichtlinear, d.h. das statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell mit inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen ist nichtlinear bezüglich der Koeffizienten des direkten Materialaufwands. Dieser Fakt ist besonders günstig, da in einer Reihe von Fällen die nichtlinearen Materialaufwandsfunktionen durch inhomogen-lineare Materialaufwandsfunktionen approximiert werden können [16].
Ein Vorzug der inhomogen-linearen Materialaufwandsfunktionen besteht darin, dass die Lösbarkeit des entsprechenden Modells auf die Lösbarkeit des zugehörigen Modells mit homogen-linearen Aufwandsfunktionen zurückgeführt werden kann. Es gilt nämlich

(2. 14.) $$x = (E - A)^{-1}(y + a^*).$$

Aus (2. 14.) resultiert ein anderer Vorteil des Modells mit inhomogen-linearen Material-aufwandsfunktionen. Hat man die Inverse $(E - A)^{-1}$, so kann man das lineare Gleichungssystem

$$x - Ax = y + a^*$$

Im Rahmen der Änderungsproblematik behandeln (vgl. z.B. [19], Kapitel VIII).

2. 5. Methoden zur Ermittlung von Materialaufwandsfunktionen

In diesem Abschnitt werden einige Methoden zur Ermittlung von Materialaufwands-funktionen für statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodelle dargelegt und kritisch eingeschätzt. Es handelt sich um die

(1) „Regressionsmethode“,
(2) „Gliederungsmethode“,
(3) „Optimierungsmethode“.

(1) Die Regressionsmethode

Hier werden die Materialaufwandsfunktionen $b_i(x),\ i=1,2,...,n,$ auf der Grundlage der Zeitreihen für Materialaufwands und Gesamtproduktion mit Hilfe der statistischen (einfachen und multiplen) Regressionsmethoden geschätzt. Werden die Material-aufwandsfunktionen als additiv separierbar (Bedingung (*B. 3.*)) angenommen, so benötigt man Zeitreihen für die Liefermengen $b_{ij},\ i,j=1,2,...,n,$ über mehrere Jahre. Da aber in sehr wenigen Ländern vergleichbare jährliche Verflechtungstabellen aufgestellt werden, dürfte es kaum möglich sein, die nötige Datenbasis für die Lieferungen $b_{ij},\ i,j=1,2,...,n,$ sicherzustellen. Daher wird vielfach vorausgesetzt (vgl. z.B. [3], S. 118), dass die Materialaufwandsfunktionen folgende Gestalt annehmen:

(2. 15.) $$b_{ij}(x_j) := c_{ij}b_j(x_j),\quad c_{ij}\in R_+^1,\quad i,j=1,2,...,n.$$

Die Hypothese (2. 15.) bedeutet, dass der Anteil des $i-$ten Zweiges am Gesamt-materialaufwand des $j-$ten Zweiges konstant ist. In [3] (S. 118) wird behauptet, dass die sowjetische Statistik diese Hypothese bestätigt. Der Hauptnachteil der „Regressionsmethode“ besteht darin, dass sie die „Dynamik“ des Materialaufwands nicht berücksichtigt. Wie im *Kapitel 1* am Beispiel der Materialaufwandskoeffizienten gezeigt wurde, sind diese nämlich nicht nur produktionsniveauabhängig, sondern werden auch durch andere Faktoren (technischer Fortschritt, Preise, Aggregationsgrad usw.) beeinflusst. Es ist andererseits unmöglich, die Wirkung dieser Faktoren voneinander zu trennen.
Detkov scheint einer der wenigen Autoren zu sein, die dieses Problem erkannt haben. In seinen sog. „dynamischen“ Materialaufwandsfunktionen (vgl. *Abschnitt 2.3.,* Formel (2. 11.)) versucht er, neben Produktionsniveau, den „Zeitfaktor“ zu erfassen. Er schreibt:

„Die dynamischen (Materialaufwands-) Funktionen sind mit einer Veränderung der Verbrauchsnormen in der Zeit verbunden. Gewöhnlich führen der technischer Fortschritt, die Konzentration und Spezialisierung der Produktion und die Erhöhung ihrer Maßstäbe zur Verringerung der Verbrauchsnormen bei einem absoluten Anwachsen der Erzeugnisströme. Andererseits tauchen neue Materialien auf, die die alten ersetzen. Auf alle diese Veränderungen können mit Hilfe der Zeitreihen (der Gesamtproduktion $x_j(t)$, der Liefermengen $b_{ij}(t)$ und der Zeit t, *J. S.*) erfasst und bewertet werden“.

„Detkovs *dynamische Materialaufwandsfunktionen* haben die allgemeine Gestalt:

(2. 16.) $b_{ij} = b_{ij}(x_j(t), t), \quad i, j = 1,1,...,n.$

Detkov schreibt [16]:
„Wenn die Funktion des Erzeugnisstroms x_{ij} (in unserer Terminologie und Bezeichnung: Die Materialaufwandsfunktion $b_{ij}, J.\ S.$) für einen gegebenen Zeitabschnitt und für einen fixierten Umfang vorhandener Kapazitäten bestimmt wird, dann hängt ihre Form von der Art des Anwachsens des Produktionsvolumens x_j ab, d.h. von der Reihenfolge, in der sich die Betriebe ein und desselben Zweiges in die Produktion einreihen. Die Reihenfolge des Einreihens hängt von der Streuung u_j ab, und von ihr das Produktionsvolumen“:

(2. 17.) $b_{ij} = b_{ij}(x_j(u_j)), \quad i, j = 1,2,...,n.$

Die Funktion (2. 17.) bezeichnet Detkov als „statische“ Materialaufwandsfunktion. Andererseits schlägt er, wie im *Abschnitt 2. 3.* Erwähnt, die „empirische Formel“ (2. 11.) als Spezialfall von (2. 16.) vor. Detkov hat zwar erkannt, dass bei der Ermittlung der Materialaufwandsfunktionen der Faktor „Zeit“ berücksichtigt werden muss, löst aber dieses Problem durch eine „dynamische“ Materialaufwandsfunktion nicht. Die Funktion (2. 11.) ist bezüglich t separierbar, was die Trennbarkeit der Einflussgrößen „Produktionsvolumen“ und „Zeit“ impliziert. Dies ist aber keinesfalls der Fall. Der Ansatz (2. 11.) ist auch insofern unverständlich, da er logischerweise die Nichtpositivität von a_{ij} zur Folge haben müsste.

Interessanterweise kommt bei den in *Abschnitt 2. 3.*bereits erwähnten empirischen Untersuchungen von Detkov nur in einer Materialaufwandsfunktion (Industrie – Landwirtschaft) die Zeitabhängigkeit – und nur diese – vor.
Insofern ist das Vorgehen von Detkov mit dem von Bagrinovskij u.a. (vgl. *Abschnitt 2. 3.*) identisch.
Wie im *Abschnitt 2. 3.* Kurz dargelegt, wird in [3] (S. 130) ebenfalls auf die Notwendigkeit hingewiesen, den Gesamtmaterialaufwand der Zweige vom „Zeitfaktor“ zu bereinigen. Ausgehend von der Prämisse, dass der wissenschaftlich-technische Fortschritt im Laufe der Zeit eine Senkung des spezifischen Materialaufwands bewirkt, wird durch die Multiplikation des spezifischen Materialaufwands mit dem Faktor $e^{-\lambda t}, \ t = 0,1,...,T,$ dieser „zeitbereinigt“. Es wird behauptet, dass für die sowjetische Volkswirtschaft in den untersuchten Jahren (1962 – 1972) $\lambda = 0.005$ war.
Es muss zu diesem Herangehen kritisch bemerkt werden, dass es eine willkürliche und keine wissenschaftlich begründete Trennung des Niveaufaktors von den restlichen Einflussfaktoren vornimmt, die den Materialaufwand beeinflussen und global als „Zeitfaktor“ bezeichnet werden. Außerdem bleibt die Wahl des Faktors zwangsläufig willkürlich.

(2) Die Gliederungsmethode
Hier werden zunächst die Betriebe eines Zweiges nach ihrer Produktionskapazität gruppiert (diese Kennziffer drückt die potentiellen Produktionsmaßstäbe am Genauestens aus).
Sei $]x_k, \ x_{k+1}[, \ k = 0,1,...,K-1,$ das Produktionskapazitätsintervall der $k-$ten Betriebsgruppe. Sodann bestimmt man für jede Gruppe den entsprechenden (durchschnittlichen) Materialaufwand b_{k+1}, `,...,K-1.` Die Materialaufwandsfunktion

des Zweiges kann dann als eine stückweise konstante Funktion aufgefasst werden (vgl. *Anhang 8*).
Ist die Anzahl der Betriebsgruppen, K, ausreichend groß, so kann man diese Funktion durch eine stetige mit Hilfe der Regressionsanalyse ermittelten Funktion annähern.
Die Gliederungsmethode dürfte nur dann angewendet werden, wenn alle Betriebe die gleiche Produktions- und Aufwandsstruktur haben. Es ist aber leicht anzusehen, dass diese Bedingung in der realen Wirklichkeit ständig verletzt wird, vor allem weil die unterschiedlichen Produktionsvolumina oft mit der Spezialisierung der Betriebe eng verknüpft sind.
Andererseits ist durch die Anwendung der „Gliederungsmethode" gewährleistet, dass der Materialaufwand nur in Abhängigkeit von der Gesamtproduktion erfasst wird; das schwierige Problem der „Zeitbereinigung" wird damit umgangen.

(3) Die Optimierungsmethode
Bei dieser Methode erfolgt die Bestimmung der Materialaufwandsfunktion des Zweiges *j* mittels der Optimierungsaufgabe:

(2. 18.) $$\min\{\varphi_j(z^j) \mid z^j \in \Omega_j(x_j)\},$$

wobei $z^j := (z_i^j) \in R^s$ der Vektor der Entscheidungsvariablen des Zweigmodells ist. Hier werden die Materialaufwandsfunktionen des Zweiges *j* auf der Menge der Produktionsmöglichkeiten $\Omega_j(x_j)$ minimiert. Dabei wird diese Menge abhängig von der Gesamtproduktion des Zweiges *j* als Parameter vorausgesetzt.

Wir nehmen an, dass das Optimierungsproblem (2. 18.) für alle $x_j \in [0,\ \bar{x}_j]$ lösbar ist und setzen

(2. 19.) $$b_j(x_j) := \min\{\varphi_j(z^j) \mid z^j \in \Omega_j(x_j)\}.$$

Es ist in gewissen Fällen möglich, das Problem (2. 18.) so zu gestalten, dass die Resultierende Materialaufwandsfunktion $b_j(x_j)$ den Anforderungen des zu lösenden Verflechtungsmodells gerecht wird. Ist z.B. $\varphi_j(x_j)$ konvex und gilt die Bedingung

(2. 20.) $$c_1\Omega_j(x_j^1) + c_2\Omega_j(x_j^2) \subseteq \Omega_j(c_1x_j^1 + c_2x_j^2), \quad \forall c_1, c_2 \in [0,\ 1],\ c_1 + c_2 = 1,\ x_j^1, x_j^1 \in R_+^1,$$

so lässt sich zeigen, dass die Materialaufwandsfunktion $b_j(x_j)$ konvex ist (vgl. für den Beweis z.B. [3], S. 119).
Für das parametrische (i.a. nichtlineare) Optimierungsproblem in der allgemeinen Form (2. 18.) existieren weder eine abgeschlossene Theorie noch universelle Lösungsverfahren. In der Monographie [4], die auch eine umfassende Bibliographie enthält, findet man einige qualitative Aussagen über dieses Problem unter einschränkenden speziellen Bedingungen. In [71] wird ein Verfahren zur Lösung parametrischer quadratischer Optimierungsprobleme angegeben. Die Arbeit [70] enthält eine parametrische Version des Verfahrens von Hildreth und d'Esopo.
Die Arbeit [3] enthält eine dem Problem (2. 18.) entsprechende *lineare* Aufgabe, die nach einem speziellen primal-dualen Algorithmus gelöst wird. Es handelt sich um die Bestimmung der Materialaufwandsfunktion des Zweiges „Brennstoff-Energie" der

Sowjetunion. Dabei wurden 6 Betriebe, 4 technologische Verfahren und 4 Produkte (Kohle, Gas, Erdöl und Elektroenergie) erfasst.
Wenn (2. 18.) speziell eine lineare parametrische Optimierungsaufgabe darstellt, dann ist die optimale Zielfunktion $b_j(x_j)$ auf ihrem konvexen Definitionsbereich konvex. Sie ist für alle x_j aus dem kritischen Bereich linear und auf dem Definitionsbereich von $b_j(x_j)$ stetig (vgl. hierzu z.B. [17], [57], [47]).
Der Vorteil der „Optimierungsmethode“ besteht darin, dass der Materialaufwand tatsächlich nur in Abhängigkeit vom Produktionsniveau ermittelt wird.
Außerdem ist das Optimierungsmodell (2. 18.) recht allgemein. Jeder Zweig hat die Möglichkeit, entsprechend seinen spezifischen Bedingungen sein eigenes Modell aufzustellen und ist nicht an ein starres Modell gebunden. Es wird lediglich verlangt, dass die Gesamtproduktion des Zweiges als ein Parameter in den Restriktionen vorkommt.

2. 6. Einige Schlussfolgerungen

(1) In *statischen* volkswirtschaftlichen Verflechtungsmodellen kann davon ausgegangen werden, dass sich der Materialaufwand nur in Abhängigkeit von der Gesamtproduktion verändert;

(2) Das statische volkswirtschaftliche Verflechtungsmodell hat aus plausiblen, vor allem statistisch-mathematischen Gründen, bisher die bereiteste Anwendung gefunden. Es setzt jedoch eine Proportionalität zwischen Aufwand und Ergebnis voraus, weder immer real gegeben noch aus Effektivitätsgründen wünschenswert ist;

(3) Eine Reihe von wichtigen empirischen Arbeiten bestätigen, dass mindestens in einigen Fällen der Materialaufwand nicht linear abhängig von der Gesamtproduktion ist;

(4) Die Ermittlung von sektoralen Materialaufwandsfunktionen ist mit gewissen grundsätzlichen Problemen verbunden. Es muss vor allem gesichert sein, dass diese „zeitbereinigt“ sind. Die „Optimierungsmethode“ scheint der Forderung der „Entdynamisierung“ am besten gerecht zu werden.